

Mathe-Treff OTW 2023

Aufgaben für die Klassenstufe 9/10 (Sekundarstufe I)

Lösungseingabe unter <https://otw2023.mathe-treff.de>

AUFGABE 1 (Roboterbattle)

Auf einer Technikmesse stellt ein Hersteller Roboter vor. Diese sind mit einer farbigen LED ausgestattet. Für jeden Roboter kann die Farbe der LED auf Blau, Rot oder Grün eingestellt werden.

Die Roboter können sich in einem abgegrenzten Bereich frei bewegen.

Begegnen sich genau zwei Roboter, ermitteln sie die Farbe des anderen Roboters.

- Haben die LEDs unterschiedliche Farben, so verändern beide Roboter die Farbe ihrer LED zu der dritten Farbe. Begegnen sich also ein blauer und ein roter Roboter, so leuchten die LEDs beider Roboter anschließend grün.
- Sind hingegen die Farben der LEDs gleich, so passiert nichts.

Anschließend fahren die beiden Roboter in eine andere Richtung weiter.

Sobald alle Roboter dieselbe Farbe haben, bleiben sie stehen.

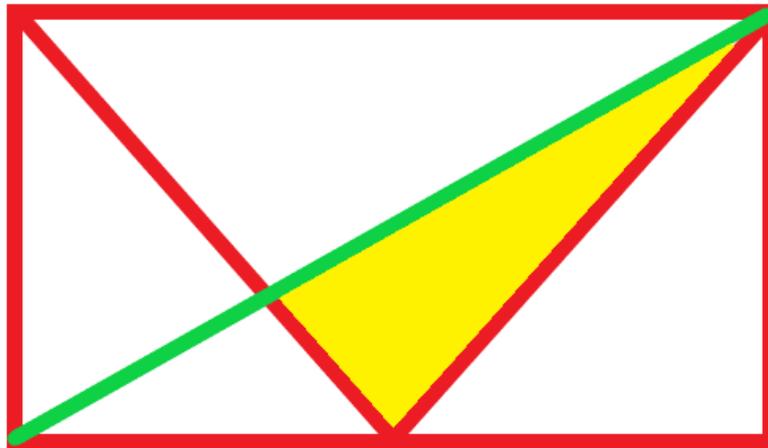


- Zunächst sind 5 Roboter in dem Bereich aufgestellt. Sie werden so eingestellt, dass 1 blau, 4 rot und keiner grün leuchtet.
Schreibt auf, welche Farbwechsel stattfinden, bis alle am Ende grün leuchten.
- In der nächsten Runde werden 7 Roboter aufgestellt. Diesmal sind 4 blau, 2 rot und 1 grün.
Schreibt auf, welche Farbwechsel stattfinden, bis alle am Ende rot leuchten.
- Gibt es eine Möglichkeit, wie die LEDs von 8 Robotern eingestellt werden können, sodass am Ende alle dieselbe Farbe haben?
- Gebt alle weiteren Möglichkeiten an, wie die LEDs von 8 Robotern eingestellt werden können, sodass am Ende alle dieselbe Farbe haben.
- Gebt eine Bedingung an, mit der allgemein entschieden werden kann, ob bei a blauen, b roten und c grünen Robotern am Ende alle Roboter dieselbe Farbe haben können.



AUFGABE 2 (Moderne Kunst)

Olaf und Marie besuchen ein Kunstmuseum und finden dort ein abstraktes Bild.



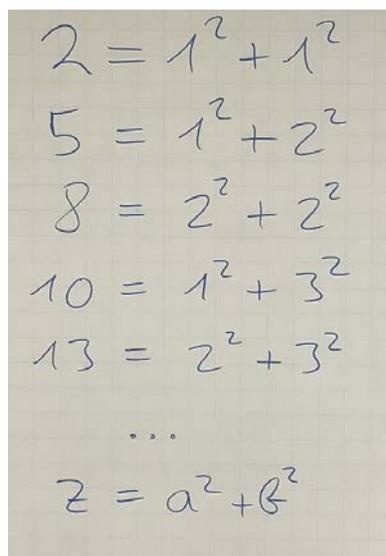
Olaf bemerkt, dass der Punkt unten die Mitte der unteren roten Rechteckseite darstellt.

Marie hat einen Geistesblitz:

„Die gelbe Fläche ist doch genau ein Sechstel der Gesamtfläche des roten Rechtecks.“

AUFGABE 3 (Summe von Quadratzahlen)

Manche Zahlen lassen sich als Summe von zwei Quadratzahlen darstellen. Die kleinsten Zahlen, für die das gilt, lauten


$$\begin{aligned}2 &= 1^2 + 1^2 \\5 &= 1^2 + 2^2 \\8 &= 2^2 + 2^2 \\10 &= 1^2 + 3^2 \\13 &= 2^2 + 3^2 \\&\dots \\z &= a^2 + b^2\end{aligned}$$

- Finde alle Zahlen z kleiner als 100, die Vielfache von 3 sind und sich als Summe von zwei Quadratzahlen darstellen lassen!
- Welche Aussage bezüglich der Teilbarkeit von a und von b kannst du machen, wenn z Vielfaches von 3 ist? Begründe deine Aussage.



AUFGABE 4 (Wilde Würfelei)

Maya und Jan haben 10 Spielwürfel.

Erfindet interessante mathematische Aufgaben, schreibt die Lösungen dazu und sendet diese ein.

