

Mathe-Treff OTW 2023

Aufgaben für die gymnasiale Oberstufe (EF/Q1/Q2)

Lösungseingabe unter <https://otw2023.mathe-treff.de>

AUFGABE 1 (Roboterbattle)

Auf einer Technikmesse stellt ein Hersteller Roboter vor. Diese sind mit einer farbigen LED ausgestattet. Für jeden Roboter kann die Farbe der LED auf Blau, Rot oder Grün eingestellt werden.

Die Roboter können sich in einem abgegrenzten Bereich frei bewegen.

Begegnen sich genau zwei Roboter, ermitteln sie die Farbe des anderen Roboters.

- Haben die LEDs unterschiedliche Farben, so verändern beide Roboter die Farbe ihrer LED zu der dritten Farbe. Begegnen sich also ein blauer und ein roter Roboter, so leuchten die LEDs beider Roboter anschließend grün.
- Sind hingegen die Farben der LEDs gleich, so passiert nichts.

Anschließend fahren die beiden Roboter in eine andere Richtung weiter.

Sobald alle Roboter dieselbe Farbe haben, bleiben sie stehen.



- Zunächst sind 5 Roboter in dem Bereich aufgestellt. Sie werden so eingestellt, dass 1 blau, 4 rot und keiner grün leuchtet.
Schreiben Sie auf, welche Farbwechsel stattfinden, bis alle am Ende grün leuchten.
- In der nächsten Runde werden 7 Roboter aufgestellt. Diesmal sind 4 blau, 2 rot und 1 grün.
Schreiben Sie auf, welche Farbwechsel stattfinden, bis alle am Ende rot leuchten.
- Gibt es eine Möglichkeit, wie die LEDs von 8 Robotern eingestellt werden können, sodass am Ende alle dieselbe Farbe haben?
- Geben Sie alle weiteren Möglichkeiten an, wie die LEDs von 8 Robotern eingestellt werden können, sodass am Ende alle dieselbe Farbe haben.
- Geben Sie eine Bedingung an, mit der allgemein entschieden werden kann, ob bei a blauen, b roten und c grünen Robotern am Ende alle Roboter dieselbe Farbe haben können.
- Geben Sie eine Bedingung an, mit der allgemein entschieden werden kann, ob bei a blauen, b roten und c grünen Robotern am Ende alle Roboter dieselbe, vorher festgelegte Farbe haben können.



AUFGABE 2 (Startup)

Ein Startup möchte gerne zwei tetraederförmige Kaffeesahnepackchen in einem würfelförmigen Karton verpacken. Um Material zu sparen, soll die Kantenlänge des Tetraeders der des Würfelkartons entsprechen.

Wie muss die Maschine die Tetraeder hineinlegen?



Quelle und Lizenz: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coffee_cream_TetraPak.jpg

AUFGABE 3 (Teilbarkeit)

Zeige das der folgende Term $f(n)$, für alle natürlichen Zahlen n stets einen ganzzahligen Wert besitzt!

$$f(n) = \frac{n^5}{120} - \frac{n^3}{24} + \frac{n}{30}$$



AUFGABE 4 (Wilde Würfelei)

Maya und Jan haben 10 Spielwürfel.

Erfindet interessante mathematische Aufgaben, schreibt die Lösungen dazu und sendet diese ein.

