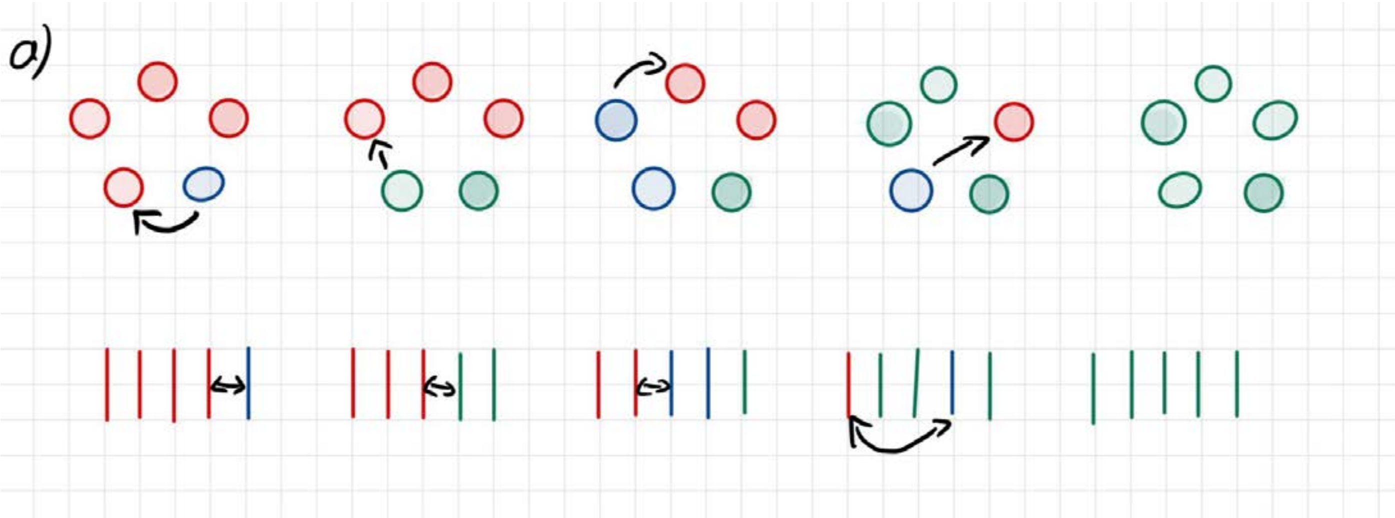
Bezirksregierung
Düsseldorf

Mathe-Treff OTW 2023

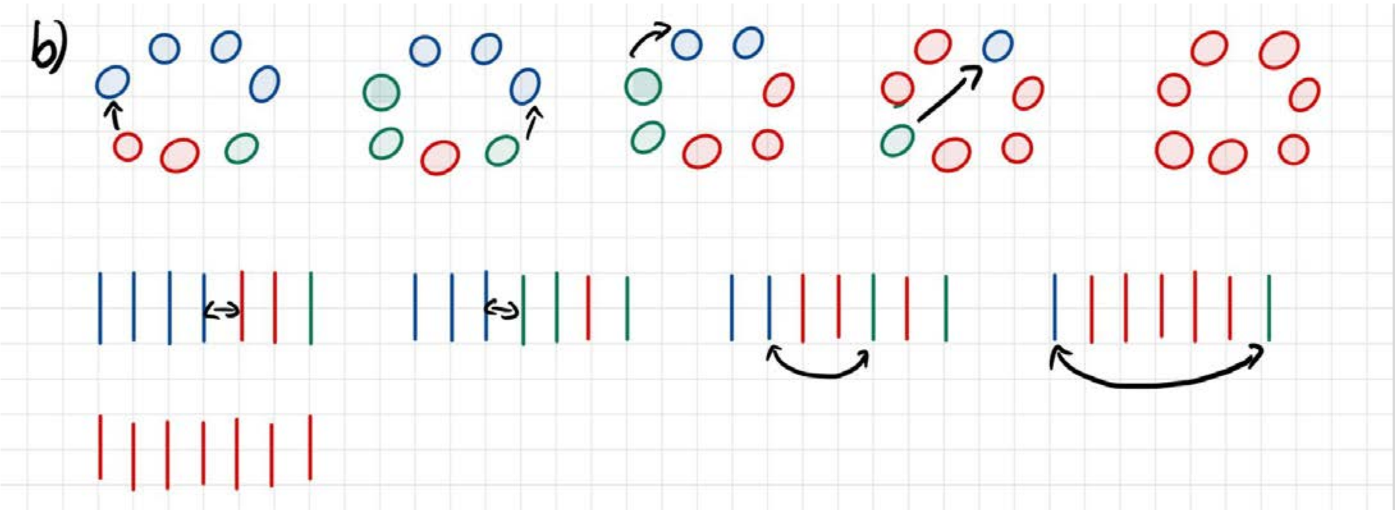
Lösungen für die Klassenstufe 7/8

AUFGABE 1 (Roboterbattle)



Um auf eine solche Lösung zu kommen, kann man beispielsweise mit Farbplättchen oder Spielfiguren oder auch in einem Begegnungsspiel ausprobieren, wie die Roboter ihre Farbe wechseln können.

Entsprechend:



Will man das kürzer aufschreiben, dann verwenden wir eine Schreibweise, in der wir die Anzahlen der jeweiligen Roboter auf dem Spielfeld in den entsprechenden Farben in Klammern angeben (blau / rot / grün).
Also bedeutet (1 / 2 / 3) ein blauer, zwei rote und drei grüne Roboter.

© Mathe-Treff der Bezirksregierung Düsseldorf 2023 / Seite 1

Dann ergeben sich für diese beiden Teilaufgaben die folgenden Notationen:

a)

$(1/4/0) \Rightarrow (0/3/2) \Rightarrow (2/2/1) \Rightarrow (1/1/3) \Rightarrow (0/0/5)$

b)

$(4/2/1) \Rightarrow (3/1/3) \Rightarrow (2/3/2) \Rightarrow (1/5/1) \Rightarrow (0/7/0)$

c) und d)

Bis auf unterschiedliche Reihenfolgen der Farben (Permutationen) sind bei 8 Robotern folgende Verteilungen möglich:

$(1)(1/1/6) \Rightarrow (0/0/8)$

$(2)(1/2/5) \Rightarrow (0/4/4) \Rightarrow (2/3/3) \Rightarrow (4/2/2) \Rightarrow (6/1/1) \Rightarrow (8/0/0)$

$(3)(1/3/4) \Rightarrow (3/2/3) \Rightarrow (2/4/2) \Rightarrow (1/6/1) \Rightarrow (0/8/0)$

$(4)(2/2/4) \Rightarrow (1/1/6) \Rightarrow (0/0/8)$

$(5)(2/3/3) \Rightarrow (4/2/2) \Rightarrow (6/1/1) \Rightarrow (8/0/0)$

$(6)(0/4/4) \Rightarrow (2/3/3) \Rightarrow (4/2/2) \Rightarrow (6/1/1) \Rightarrow (8/0/0)$

$(7)(8/0/0)$

$(8)(0/1/7) \Rightarrow (2/0/6) \Rightarrow (1/2/5) \Rightarrow (0/4/4) \Rightarrow (2/3/3) \Rightarrow (4/2/2) \Rightarrow (6/1/1) \Rightarrow (8/0/0)$

AUFGABE 2 (Blumenbeet)

Man zeichnet eine Gerade und trägt auf der Geraden die drei Seitenlängen des Dreiecks ab. Die erhaltene neue Strecke ist so lang wie der Umfang des Dreiecks.
Aufgrund der Dreiecksungleichung ist der Umfang länger als die doppelte Länge der längsten Seite.
Man trägt auf der Umfangsstrecke die beiden Grundseiten ab. Dies sind jetzt die zwei Längen des Rechtecks, ohne Begrenzung der Allgemeinheit. Die Doppelte Breite des Rechtecks entspricht der restlichen Streckenlänge. Jetzt konstruiert man den Mittelpunkt der restlichen Strecklänge. Diese Seitenlänge ist dann die Breite des gesuchten Rechtecks.

AUFGABE 3 (Quadratzahlen)

Es ist:

1.$(n - 25) \cdot 100 = 100n - 2500$

2.$(n - 50)^2 = n^2 - 50n + 2500$

3.$(n - 25) \cdot 100 + (n - 50)^2 = 100n - 2500 + n^2 - 100n + 2500 = n^2$

AUFGABE 4 (Wilde Würfelei)

Hier sind individuelle, kreative und und vielfältige Aufgaben zum Thema mit den zugehörigen Lösungen gefragt.

Eine Musterlösung existiert nicht. Gute Lösungen werden im nächsten Schuljahr von uns veröffentlicht.

Ein Beispiel:

Kevin legt 10 Standardwürfel aufeinander. Auf dem obersten Würfel ist von oben eine 4 zu sehen. Wie hoch ist die Summe der Augenzahlen der Würfel der Flächen, die nicht sichtbar sind.

Welche Summe ergibt sich, wenn 21 Würfel aufeinander gestapelt werden und oben eine 1 liegt?

Mit der Lösung:

9 Würfel haben 2 gegenüberliegende verdeckte Flächen und gegenüber der oben liegenden 4 ist eine 3 nicht sichtbar: 9 *7 + 3 = 66, d. h. die Augenzahlen der Würfel der Flächen, die nicht sichtbar sind, ist 66.

Entsprechend: 20 * 7 + 6 = 146, d. h. die Augenzahlen der Würfel der Flächen, die nicht sichtbar sind, ist 146.